

Marcin Braun
Agnieszka Mańkowska
Małgorzata Paszyńska

Matematyka z kluczem

PROGRAM NAUCZANIA MATEMATYKI DLA KLAS 4–8 SZKOŁY PODSTAWOWEJ

(obowiązujący od września 2021 r.)

zgodny z podstawą programową z dn. 14 lutego 2017 r.

Spis treści

1. Omówienie założeń dydaktycznych i wychowawczych. Specyfika programu	3
2. Środki dydaktyczne potrzebne do realizacji programu	6
3. Szczegółowe cele edukacyjne – cele kształcenia	6
4. Szczegółowe cele edukacyjne – cele wychowawcze i ponad przedmiotowe	8
5. Materiał nauczania. Liczba godzin lekcyjnych	10
Klasa 4	12
Klasa 5	13
Klasa 6	14
Klasa 7	15
Klasa 8	15
6. Opis założonych osiągnięć ucznia	17
7. Procedury osiągania szczegółowych celów edukacyjnych	24
8. Propozycja metod oceny osiągnięć ucznia	26

1. Omówienie założeń dydaktycznych i wychowawczych.

Specyfika programu

Program nauczania *Matematyka z kluczem* został opracowany zgodnie z *Podstawą programową kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej*, która stanowi załącznik nr 2 do ROZPORZĄDZENIA MINISTRA EDUKACJI NARODOWEJ z dnia 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej¹. Jest przeznaczony do nauczania matematyki w klasach 4–8 szkoły podstawowej. Zgodnie z podziałem przyjętym w podstawie programowej niektóre części niniejszego programu przedstawiamy osobno dla klas 4–6, a osobno dla klas 7–8, podkreślamy jednak, że **program opiera się na spójnej koncepcji nauczania na całym II etapie edukacyjnym (klasy 4–8)**.

W tym rozdziale chcemy zwrócić uwagę na **szczególne cechy programu wyróżniające go spośród innych**. Różnica nie oznacza zwykle przyjęcia diametralnie innych założeń dydaktycznych ani wychowawczych w stosunku do znanych wcześniej programów. Polega ona na przeniesieniu akcentu i zwróceniu większej uwagi na elementy, na które – naszym zdaniem – kładzono zbyt mały nacisk, choć były do tej pory obecne w nauczaniu.

Wszystkie programy nauczania obejmują na przykład kształcenie umiejętności rachunków pamięciowych. My jednak **na obliczenia pamięciowe kładziemy znacznie większy nacisk**, co znajduje odzwierciedlenie nie tylko w niniejszych założeniach, lecz także – i przede wszystkim – w liczbie godzin przeznaczonych na kształtowanie tych umiejętności.

Podobnie w wielu programach nauczania mówi się o potrzebie takiej organizacji pracy na lekcji, **aby każdy uczeń mógł pracować zgodnie ze swoimi umiejętnościami**. My jednak **nie tylko zwracamy na to uwagę, lecz także wskazujemy konkretne metody prowadzące do osiągnięcia tego celu**.

Czasem jednak proponujemy rozwiązania odmienne od przyjmowanych, przynajmniej w części dotychczasowych programów. Na przykład **materiał dotyczący geometrii przestrzennej omawiamy, grupując go według kolejnych zagadnień**, a nie rodzajów brył. W dalszej części przedstawiamy podstawowe założenia i cechy wyróżniające nasz program spośród innych.

Podkreślanie roli matematyki w życiu codziennym i różnych dziedzinach wiedzy

Ucząc matematyki na poziomie szkoły podstawowej, pokazujemy zastosowania nabywanych umiejętności zarówno w innych przedmiotach matematyczno-przyrodniczych, jak i w życiu codziennym, a także w dziedzinach humanistycznych.

W klasach 4–6 przykłady takiego podejścia mogą stanowić:

- obliczenia dotyczące danych geograficznych, np. liczby ludności państw i miejscowości, wielkości miast, odległości między miejscowościami,
- obliczenia związane z przyrodążywioną, np. liczebnością organizmów (w szczególności liczebnością gatunków zagrożonych), rozmiarami i masami organizmów,
- obliczenia związane z datami wydarzeń historycznych (długość przedziałów czasu pomiędzy wydarzeniami, podział lat na stulecia itp.),
- obliczenia związane z urządzeniami technicznymi,
- obliczenia dotyczące codziennego otoczenia ucznia (np. rozmiary i masa przedmiotów codziennego użytku, powierzchnia mieszkań i gruntów, obliczenia związane z cenami i kwotami pieniędzy),

¹ DzU z dnia 24 lutego 2017 r., poz. 356

- opisywanie własności figur geometrycznych znajdujących się w otoczeniu ucznia (w dziełach człowieka oraz przyrodzie ożywionej i nieożywionej),
 - zastosowania pojęcia skali przy czytaniu i sporządzaniu map i planów.
- Przy wprowadzaniu nowych pojęć matematycznych szukamy ich modeli w otoczeniu. Dotyczy to zarówno pojęć geometrycznych (figury geometryczne, miary), jak i arytmetycznych (np. sposoby prowadzenia obliczeń). Pozwala to uczniowi wykorzystywać umiejętności matematyczne także w życiu codziennym.

W klasach 7–8 niektóre z wymienionych wyżej przykładów również się pojawiają, jednak nowe umiejętności matematyczne uczniów pozwalają również na:

- stosowanie notacji wykładniczej do obliczeń związanych z fizyką, chemią i biologią; wykorzystanie ich do wyrobienia intuicji dotyczących rozmiarów i mas w przyrodzie ożywionej i nieożywionej,
- odróżnianie obliczeń dokładnych od przybliżonych; ocenę, z jaką dokładnością można podawać wynik, aby miał sens w kontekście zadania,
- wykorzystanie wiedzy i umiejętności dotyczących procentów do obliczeń występujących w życiu codziennym (wielokrotne zmiany cen, odsetki bankowe i podatek od odsetek, ceny netto i brutto oraz podatek VAT),
- odwołanie do zastosowania arkuszy kalkulacyjnych w nauce podstaw algebry („formuły” w arkuszu to przecież wyrażenia algebraiczne, w których zmienne stanowią zawartość komórek).

Sięganie do treści innych przedmiotów

Ćwicząc umiejętności matematyczne, sięgamy do treści z innych przedmiotów, jak choćby do treści wskazanych wyżej, co poszerza wiedzę ucznia, a jednocześnie pokazuje integralny charakter wiedzy.

Nacisk na obliczenia pamięciowe i szacowanie

Uważamy, że nauce rachunków pamięciowych, w tym obliczeń przybliżonych i szacowania, należy poświęcić znacznie więcej uwagi.

Rachunki pamięciowe kształcą zdolność rozumowania matematycznego, pozwalając dobierać metodę postępowania odpowiednio do sytuacji. Obliczenia przybliżone i szacowanie pozwalają także wyćwiczyć intuicję związaną z liczbami, co z kolei pomaga rozumieć znaczenie danych liczbowych z różnych dziedzin. Umożliwiają również kontrolę poprawności wyników przy wykonywaniu dokładnych obliczeń.

W życiu codziennym uczniowie do bardziej skomplikowanych obliczeń będą używać kalkulatora. **Ważne jest jednak, aby najpierw zastanawiali się, czy jego użycie jest rzeczywiście potrzebne.**

Równie **ważny jest nawyk szacowania wyniku przed wykonaniem dokładnych obliczeń** (zarówno pisemnych, jak i na kalkulatorze). Pozwala on kontrolować poprawność wyników i uniknąć oczywistych błędów. Szacujemy od działań na liczbach naturalnych w klasie 4 do obliczeń z procentami i pierwiastkami w klasach 7 i 8. **Kształcenie nawyku kontrolowania swojej pracy ma przy tym znaczenie nie tylko dydaktyczne, lecz także wychowawcze, można go bowiem przenosić na inne aktywności.**

Poglądowe i intuicyjne podejście do geometrii (klasy 4–6)

Ucząc geometrii, skupiamy się początkowo na kształceniu umiejętności dostrzegania figur geometrycznych w otoczeniu, wykonywaniu rysunków (odręcznie i za pomocą przyrządów), mierzeniu i szacowaniu wielkości. Dopiero potem przechodzimy do wykonywania bardziej formalnych obliczeń i korzystania ze wzorów.

Uważamy, że **ćwiczenia w mierzeniu pomagają uczniowi zrozumieć pojęcia długości, pola i objętości dużo lepiej** niż abstrakcyjne obliczenia. Jak wynika z doświadczeń nauczycieli, wielu uczniów nie próbuje sobie nawet wyobrazić treści geometrycznej zadania, ale mechanicznie

stosuje sposoby algebraiczne. Prowadzi to do licznych błędów, ponieważ wzory algebraiczne, które nie kojarzą się z treścią geometryczną, łatwo zapomnieć lub pomylić.

Nasze podejście znajduje odzwierciedlenie w układzie materiału z geometrii, który opiera się raczej na zasadzie stopniowania trudności, a nie na ujęciu w jednym dziale programowym zagadnień związanych z jedną figurą geometryczną. To podejście jest szczególnie ważne w geometrii przestrzennej, która stanowi dla uczniów wyjątkowo trudny dział matematyki.

Geometria w klasach 7–8

W klasach 7–8 w geometrii pojawiają się nowe tematy geometryczne: twierdzenie Pitagorasa i związane z nim własności trójkątów, długość okręgu i pole koła, a także nowe zagadnienia z geometrii przestrzennej. W tej części materiału stosujemy założenia opisane wyżej dla klas 4–6. **Na ile to możliwe, rozpoczynamy naukę od konkretnych i ćwiczeń czynnościowych**, a w zadaniach dużo uwagi poświęcamy zastosowaniom praktycznym.

Inny charakter mają tematy powtarzające wcześniej ugruntowany materiał. W tym wypadku **pogłębiany znajomość własności figur oraz wykorzystujemy ją do nauki rozumowania matematycznego**. Podobnie jest z przystawianiem trójkątów: choć sama nazwa jest nowa, to z figurami przystającymi (czyli po prostu identycznymi) uczniowie spotykali się wielokrotnie. Wykształconą już intuicję możemy teraz wykorzystać przy kształtowaniu umiejętności rozumowania.

Z tego właśnie powodu tematy związane z kątami i przystawianiem znalazły się **w klasie 8. Uczniowie są już starsi i większa ich liczba jest w stanie prowadzić ściśle rozumowanie**. Natomiast uczniowie, którym nie uda się rozwiązywać zadań na dowodzenie, będą mieli przynajmniej okazję powtórzyć wiadomości z wcześniejszych klas przed egzaminem – takie powtórzenie lepiej spełni swoją funkcję w klasie 8 niż w klasie 7.

Nauczanie dostosowane do poziomu każdego ucznia

Od dawna mówi się o konieczności zindywidualizowanego podejścia do ucznia. Niestety, w licznej i bardzo zróżnicowanej klasie jest to trudne, nawet przy najlepszych chęciach i kwalifikacjach nauczyciela. **Proponujemy wykorzystanie zadań wielopoziomowych, które pozwolą każdemu uczniowi pracować we własnym tempie i ćwiczyć umiejętności na właściwym dla niego poziomie**. Problem ten szczegółowo omawiamy w rozdziale „Procedury osiągnięcia szczegółowych celów edukacyjnych”.

W praktyce szkolnej często największą wagę przywiązuje się do pomocy uczniom najsłabszym, która oczywiście jest ważna, ale nie może odbywać się kosztem zdolniejszych. Nie jest prawdą obiegowy pogląd, że „zdolny sam sobie poradzi”. **Uczeń ponadprzeciętny także wymaga wsparcia**, bo choć bez niego opanuje program szkolny, to sam nie zawsze wykorzysta w pełni swoje możliwości.

Wykorzystanie metod aktywizujących

Metody aktywizujące nie są tylko urozmaiceniem pracy na lekcji. Pozwalają one często na lepsze i głębsze zrozumienie wprowadzanych pojęć, gdyż pobudzają wszystkie zmysły ucznia.

Dlatego **proponujemy rozpoczynanie nowego tematu od aktywizujących ćwiczeń**, pozwalających przybliżyć pojęcia i twierdzenia wprowadzane na danej lekcji lub przypomnieć wcześniej nabyte umiejętności, które będą na niej potrzebne. Piszemy o tym dokładniej w rozdziale „Procedury osiągnięcia szczegółowych celów edukacyjnych”.

Stosowanie metod aktywizujących proponujemy również przy ćwiczeniu umiejętności matematycznych (np. rachunków). Pozwolą one uczniom znacznie bardziej zaangażować się w pracę. **Do metod aktywizujących możemy zaliczyć także rozpoczynanie pracy od materiału wizualnego**, który ma zaintrygować i zainspirować ucznia, zachęcić go do stawiania pytań i szukania na nie odpowiedzi.

Zadania wychowawcze matematyki

Niezależnie od roli matematyki w różnych dziedzinach wiedzy i w życiu codziennym nauczanie tego przedmiotu ma także ważną rolę wychowawczą. Temu zagadnieniu poświęcamy osobny rozdział.

2. Środki dydaktyczne potrzebne do realizacji programu

Podstawowym środkiem dydaktycznym dla ucznia jest podręcznik. Warto także korzystać z zeszytu ćwiczeń i zbioru zadań.

Ponadto na lekcjach matematyki uczeń będzie korzystał z typowych pomocy szkolnych: linijki, ekiemierki, kątomierza, cyrkiła, kolorowych ołówków, kleju, nożyczek itp. Niekiedy potrzebny będzie prosty kalkulator (przynajmniej jeden na ławkę).

Proste pomoce do gier matematycznych i ćwiczeń, np. karty z cyframi lub działaniami, uczniowie mogą wykonać samodzielnie, nauczyciel może je także przygotować dla klasy za pomocą komputera z drukarką lub kserografu.

Choć możliwość używania komputerów nie jest koniecznym warunkiem korzystania z niniejszego programu, może ona nie tylko uatrakcyjnić naukę, lecz także poprawić jej wyniki. Uczniowie mogą posługiwać się komputerami zarówno w czasie lekcji w pracowni komputerowej, jak i – w miarę możliwości – w domu.

Mogą przy tym wykorzystywać zarówno programy napisane specjalnie do realizacji niniejszego programu nauczania, jak i inne programy dydaktyczne do nauczania matematyki. Rozwiązaniem optymalnym wydaje się zapoznanie z edukacyjnymi programami komputerowymi w szkole i kontynuacja pracy na komputerach domowych uczniów.

3. Szczegółowe cele edukacyjne – cele kształcenia

Nauczanie matematyki na II etapie edukacyjnym służy wielu celom, które podzieliliśmy na kilka grup. Wiele z tych celów dotyczy nauczania matematyki na każdym etapie kształcenia, choć sposób ich realizacji zależy od wieku uczniów.

Klasy 4–6

Cele związane z kształceniem sprawności w posługiwaniu się liczbami

- Wykształcenie sprawności w rachunkach pamięciowych w zakresie liczb wymiernych.
- Wykształcenie sprawności w szacowaniu i obliczeniach przybliżonych.
- Wykształcenie intuicji związanej z dużymi liczbami, a także z jednostkami masy i kwotami pieniędzy.
- Wykształcenie sprawności w wykonywaniu obliczeń związanych z czasem.
- Wykształcenie umiejętności stosowania algorytmów działań pisemnych.
- Wykształcenie umiejętności stosowania algorytmów działań na ułamkach zwykłych i dziesiętnych.
- Wykształcenie umiejętności rozwiązywania zadań tekstowych.
- Wykształcenie umiejętności sprawnego wykonywania obliczeń różnymi metodami i wyboru odpowiedniej metody do danego zagadnienia.
- Wykształcenie sprawności w posługiwaniu się kalkulatorem.

Cele związane z kształceniem wyobraźni geometrycznej i umiejętności geometrycznych

- Zapoznanie uczniów z pojęciami geometrii płaskiej i przestrzennej.
- Wykształcenie umiejętności dostrzegania figur i brył w otaczającym świecie.
- Rozwinięcie sprawności manualnej w wykonywaniu modeli, sporządzaniu rysunków (także figur przestrzennych) odręcznie i za pomocą odpowiednich przyrządów.
- Wykształcenie sprawności w posługiwaniu się jednostkami długości, pola i objętości.

- Wykształcenie umiejętności szacowania i obliczania miar figur.

Cele związane z kształceniem umiejętności rozumowania

- Wykształcenie umiejętności dostrzegania zależności matematycznych w otaczającym świecie.
- Wykształcenie umiejętności logicznego uzasadniania swoich sądów.
- Wykształcenie nawyku kontrolowania swojej pracy i krytycznej refleksji nad uzyskanymi wynikami.

Cele związane ze stosowaniem matematyki w życiu codziennym i w różnych dziedzinach wiedzy

- Wykształcenie umiejętności wyboru właściwego sposobu obliczeń i wykonywania ich z dokładnością odpowiednią do zagadnienia.
- Wykształcenie umiejętności szacowania liczby, długości, pola i objętości w sytuacjach z życia codziennego.
- Wykształcenie umiejętności odczytywania danych liczbowych przedstawionych w różny sposób (tekst, tabela, diagram, rysunek) oraz prezentowania danych (w prostych wypadkach).
- Wykształcenie umiejętności wyboru modelu matematycznego stosownie do sytuacji.
- Wykształcenie umiejętności stosowania pojęć matematycznych w życiu codziennym.
- Rozwijanie rozumienia pojęć matematycznych potrzebnych do dalszej nauki matematyki i innych przedmiotów.
- Wykształcenie umiejętności czytania i tworzenia różnego rodzaju tekstów z wykorzystaniem danych liczbowych i rysunków oraz rozwiązywania problemów na podstawie takich tekstów.

Klasy 7–8

Cele związane z kształceniem sprawności w działaniach na liczbach

- Wykształcenie sprawności w obliczeniach związanych z procentami.
- Wykształcenie sprawności w obliczeniach dotyczących potęg i pierwiastków.
- Wykształcenie intuicji związanej z bardzo dużymi i bardzo małymi liczbami, także zapisanymi w notacji wykładniczej.
- Wykształcenie sprawności w szacowaniu i obliczeniach przybliżonych dotyczących wymienionych wyżej zagadnień.
- Doskonalenie sprawności w rachunkach na liczbach wymiernych i wyrażeniach z pierwiastkami.

Cele związane z kształceniem w dziedzinie podstaw algebry

- Rozumienie znaczenia wyrażenia algebraicznego.
- Zrozumienie konwencji algebraicznych, w szczególności opuszczania znaku mnożenia, znaczenia znaku minus przed symbolem zmiennej, rozróżniania sensu znaku równości w działaniu arytmetycznym, w tożsamości (przekształceniach wyrażeń) i w równaniach.
- Wykształcenie sprawności w przekształceniach wyrażeń algebraicznych i rozwiązywaniu równań.
- Wykształcenie umiejętności budowy odpowiedniego modelu matematycznego do zadania tekstowego.
- Wykształcenie umiejętności sprawnego wykonywania obliczeń różnymi metodami i wyboru odpowiedniej metody do danego zagadnienia.

Cele związane z kształceniem wyobraźni geometrycznej i umiejętności geometrycznych

- Przedstawienie nowych pojęć geometrii płaskiej i przestrzennej.
- Dostrzeganie figur i brył w otaczającym świecie.
- Rozwijanie wyobraźni przestrzennej.
- Wykształcenie umiejętności szacowania i obliczania miar figur.
- Wykorzystywanie poznanych umiejętności geometrycznych i algebraicznych do rozwiązywania złożonych zadań o treści geometrycznej.

- Wykształcenie intuicji związanej z geometrią punktów kratowych i jej zastosowanie do rozwiązywania problemów w układzie współrzędnych.

Cele związane z kształceniem umiejętności rozumowania

- Wykształcenie umiejętności dostrzegania zależności matematycznych w otaczającym świecie.
- Wykształcenie umiejętności logicznego uzasadniania swoich sądów.
- Przedstawienie roli uzasadnienia w matematyce.
- Wykształcenie przekonania, że dla wykazania fałszywości zdania wystarczy jeden kontrprzykład, ale dla udowodnienia jego prawdziwości nie wystarczy sprawdzenie nawet dużej liczby przykładów.
- Przedstawienie prostych dowodów geometrycznych.
- Wykształcenie umiejętności budowania własnych prostych dowodów dotyczących elementarnej geometrii.
- Wykształcenie nawyku kontrolowania swoich działań i krytycznej refleksji nad uzyskanymi wynikami.
- Wykształcenie umiejętności odróżniania sądów uzasadnionych od nieuzasadnionych.

Cele związane ze stosowaniem matematyki w życiu codziennym i w różnych dziedzinach wiedzy

- Wykształcenie umiejętności wyboru właściwego sposobu obliczeń i wykonywania ich z dokładnością odpowiednią do zagadnienia.
- Wykształcenie umiejętności szacowania liczby, długości, pola i objętości w sytuacjach z życia codziennego.
- Wykształcenie umiejętności odczytywania danych liczbowych przedstawionych w różny sposób (tekst słowny, tabela, diagram, rysunek) oraz prezentowania danych (w prostych wypadkach).
- Wykształcenie umiejętności wyboru modelu matematycznego stosownie do sytuacji.
- Wykształcenie umiejętności stosowania pojęć matematycznych w życiu codziennym.
- Wykształcenie rozumienia pojęć matematycznych potrzebnych do dalszej nauki matematyki i innych przedmiotów.
- Wykształcenie umiejętności czytania i tworzenia różnego rodzaju tekstów z wykorzystaniem danych liczbowych i rysunków oraz rozwiązywania problemów na podstawie takich tekstów.
- Wykształcenie intuicji związanej z prawdopodobieństwem zdarzeń.

4. Cele wychowawcze i ponad przedmiotowe

Każdy nauczyciel, niezależnie od pełnionej funkcji wychowawcy określonej klasy, wychowuje wszystkich swoich uczniów. Zależnie od różnych okoliczności musi podejmować różnorodne działania wychowawcze. Jednakże specyfika matematyki jako przedmiotu nauczania pozwala w szczególny sposób podkreślać i realizować niektóre cele wychowawcze.

Zainteresowanie przedmiotem

Zainteresowanie uczniów matematyką jest celem podstawowym, umożliwiającym realizację pozostałych celów dydaktycznych i wychowawczych. Realizacji tego celu służy zarówno różnorodność form i metod pracy, jak i zróżnicowana tematyka zadań.

Proponowane przez nas w „Procedurach osiągnięcia szczegółowych celów edukacyjnych” metody pracy (np. zadania wielopoziomowe, czynnościowe wprowadzanie tematów) będą sprzyjać realizacji tego celu.

Zadania matematyczne pozwalają wykorzystywać przeróżne tematy. Można sięgać do zagadnień interesujących wielu uczniów, np. sport czy rozrywka. Warto również rozbudzać zainteresowania uczniów innymi przedmiotami, sięgając do treści przyrodniczych, historycznych itd.

Rozwijanie myślenia i aktywności intelektualnej

Kształcenie matematyczne zawsze w pewnej mierze obejmuje kształcenie sprawności rachunkowej, polegającej często na sprawnym korzystaniu z algorytmów. Nie można jednak zapominać o rozwijaniu myślenia. Umiejętność wyboru metody najbardziej odpowiedniej do danego celu czy nawet opracowania własnej metody rozwiązania nietypowego problemu potrzebne będą nie tylko na lekcjach matematyki i nie tylko w szkole.

Czasem uważa się, że kształcenie myślenia jest możliwe tylko u uczniów zdolnych, przeciętni zaś i słabi powinni poprzestać na posługiwaniu się algorytmami. Naszym zdaniem jest to pogląd błędny. **Nawet słaby uczeń może samodzielnie rozwiązywać problemy matematyczne**, choć oczywiście prostsze niż jego zdolny kolega.

Sądzymy, że nacisk na obliczenia pamięciowe i szacowanie, będący wyróżnikiem naszego programu, sprzyja temu celowi. **Obliczenia pamięciowe za każdym razem wymuszają wybór najwygodniejszej metody**. Inaczej obliczymy w pamięci różnicę: $206 - 105$, a zupełnie inaczej: $206 - 199$. Przy zastosowaniu odpowiedniej metody to drugie działanie nie jest wcale trudniejsze od pierwszego, choć gdyby zastosować do niego algorytm działania pisemnego – byłoby bardzo trudne.

Kształcenie systematyczności w pracy

Choć każdy przedmiot nauczania stanowi pewną całość logicznie powiązanych tematów, **w matematyce szczególnie ważna jest także kolejność ich poznawania**. O ile na przykład w nauce historii można doskonale orientować się w przebiegu II wojny światowej, nie znając historii średniowiecza, o tyle **w matematyce umiejętności nabywane w klasach młodszych potrzebne są do nauki w klasach starszych, a te następnie do dalszej nauki**. Kto nie opanuje czterech działań arytmetycznych w zakresie liczb naturalnych, nie poradzi sobie z działaniami na ułamkach, później zaś – w szkole ponadpodstawowej – nie będzie mógł posługiwać się funkcjami wymiernymi.

Nauczyciel matematyki jest świadomy tych zależności, natomiast u uczniów powinniśmy tę świadomość starannie rozwijać. To ważne, by uczniowie wiedzieli, że im lepiej pracują dziś, tym łatwiej będzie im pracować jutro. Wszelkie braki w wiadomościach prędzej czy później będą musieli nadrobić, a im później, tym więcej wysiłku będą musieli prawdopodobnie w to włożyć.

Wyrabianie nawyku kontrolowania swoich działań

W nauce matematyki i w aktywności matematycznej kontrolowanie własnej pracy jest możliwe w większym stopniu niż w wielu innych przedmiotach. Powszechnie stosowane w nauczaniu matematyki wykonywanie sprawdzeń przez działania odwrotne (np. sprawdzanie odejmowania przez dodawanie) i sprawdzanie rozwiązania równania przez podstawienie wyniku do jego lewej i prawej strony są tutaj ważnymi przykładami. Drugą ważną metodą, specyficzną dla naszego programu, jest **nacisk na kontrolę dokładnego wyniku poprzez jego wcześniejsze oszacowanie**.

Intuicyjne i czynnościowe wprowadzanie pojęć geometrycznych, charakterystyczne dla naszego podejścia, także sprzyja kontrolowaniu własnej pracy. Uczeń, który po wykonaniu ćwiczeń z przelewaniem wody wie, że 500 cm^3 to zaledwie dwie szklanki, nie odpowie, że taka jest pojemność cysterny, nawet jeśli taki wynik otrzymał z (błędnych) rachunków.

Kładziemy również nacisk na **sprawdzanie zgodności otrzymanych rozwiązań z odpowiedziami** na końcu podręcznika, co ma w uczniach wykształcić odpowiedzialność za wyniki własnej pracy.

Błędy popełnione przez uczniów należy traktować wyłącznie jako okazję do nauki. Dzieje się tak w sytuacji, gdy nie tylko poprawiamy błąd i podajemy prawidłowy wynik, ale przede wszystkim zastanawiamy się nad przyczyną otrzymania błędnej odpowiedzi.

Zachęcanie do rozwijania swoich umiejętności poprzez porównywanie aktualnego stanu wiedzy z poprzednim

Uczniowie często lubią rywalizację. Jeśli jednak uczeń słabszy zawsze przegrywa, a uczeń zdolniejszy zawsze wygrywa, i to bez wysiłku, żaden z nich nie jest zmotywowany do pracy.

Dlatego dobrym rozwiązaniem jest powtarzanie ćwiczeń, aby każdy uczeń mógł obserwować swoje postępy i porównywać umiejętności z ich wcześniejszym stanem, a nie z umiejętnościami innych uczniów. Piszemy o tym dokładniej w „Procedurach osiągnięcia szczegółowych celów edukacyjnych”.

Powierzanie uczniom coraz większej odpowiedzialności za efekty własnej nauki

Realizacja tego celu zależy w większym stopniu od nauczyciela niż od zaleceń programu nauczania. **Dajemy jednak do tego narzędzie: zadania wielopoziomowe** (opisane dokładniej w rozdziale „Procedury osiągnięcia szczegółowych celów edukacyjnych”).

Pozwalają one każdemu uczniowi pracować na poziomie odpowiednim do swoich umiejętności, a przy tym zapobiegają sytuacji, w której uczeń poprzestaje na wykonaniu kilku łatwych ćwiczeń.

Kształcenie samodzielności

Te same zadania służą jednocześnie innemu celowi: kształceniu samodzielności. Jednak samodzielność na lekcjach matematyki kształcimy zawsze, gdy zachęcamy uczniów do wyboru metody rozwiązywania zadania czy do samodzielnej kontroli poprawności rozwiązania.

Kształcenie staranności w pracy

Uczniowie kształcą staranność zarówno w wykonywaniu obliczeń, jak i rozmaitych czynności manualnych: sporządzaniu rysunków, modeli brył oraz prostych pomocy dydaktycznych (wycinanie kart do ćwiczeń). Sprzyja to jednocześnie rozumieniu własnej odpowiedzialności – uczeń sam gromadzi materiały i tylko do siebie może mieć pretensje za ich nieodpowiednie przygotowanie.

Wykształcenie przeświadczenia o dużym znaczeniu wiedzy i umiejętności matematycznych w życiu codziennym

Rozwiązując zadania dotyczące codziennych sytuacji, uczeń dowiadyuje się, w jaki sposób wiedza szkolna przyda mu się w życiu codziennym, a nie tylko w szkole.

Wykształcenie przeświadczenia o integralnym charakterze wiedzy

Drugi etap edukacyjny następuje bezpośrednio po edukacji wczesnoszkolnej. Po raz pierwszy w procesie nauki pojawiają się osobne przedmioty, takie jak matematyka i historia. Nie znaczy to jednak, że powinniśmy dążyć do ich izolacji. Wręcz przeciwnie, powinniśmy zapobiegać powstawaniu w umysłach uczniów podziału na „wiedzę matematyczną”, „wiedzę przyrodniczą” itp. Sprzyja temu rozwiązywanie zadań dotyczących różnych dziedzin wiedzy. Warto, aby takie zadania zawierały czasem dodatkowe pytania wykraczające poza matematykę, np. po obliczeniu długości węża uczeń może zostać poproszony o pokazanie tej długości w klasie, a także zapytany, czy zwierzę to jest gadem, czy ssakiem.

5. Materiał nauczania. Liczba godzin lekcyjnych

Liczba godzin

Program nauczania *Matematyka z kluczem* jest przewidziany do realizacji w ciągu **4 godzin lekcyjnych tygodniowo** w każdej z klas 4–8. Jest to zgodne z tygodniowym wymiarem godzin określonym przez MEN w *Ramowych planach nauczania*. Godziny te obejmują także czas na powtórzenie i sprawdzenie wiadomości.

Specyfika rozkładu materiału nauczania

Niektóre rozwiązania w rozkładzie materiału są – i często muszą być – podobne we wszystkich programach nauczania. Poniżej zwracamy uwagę na ważne cechy wyróżniające nasz program nauczania.

Duża liczba godzin w klasach 4–6 przeznaczonych na rachunki pamięciowe, rachunki przybliżone i szacowanie

Wynika to z naszego założenia o dużym znaczeniu tych umiejętności w kształceniu myślenia matematycznego i umiejętności kontrolowania własnej pracy, a także – co nie bez znaczenia w praktyce szkolnej – z systemu egzaminacyjnego, w którym docenia się również umiejętność szybkiego rozwiązywania zadań zamkniętych.

Rzecz jasna, przy skończonej liczbie godzin do dyspozycji zwiększenie liczby godzin przeznaczonych na rachunki pamięciowe spowoduje zmniejszenie liczby godzin przeznaczonych na rachunki pisemne. Nie musi się to jednak wiązać ze słabszym opanowaniem algorytmów. Czas można zaoszczędzić, ćwicząc algorytm bez piętrenia trudności rachunkowych. Nie bez znaczenia jest także to, że **sprawne wykonywanie rachunków pamięciowych przyspiesza wykonywanie rachunków pisemnych**. Uczniowie, którzy więcej czasu poświęcili na rachunki pamięciowe, mogą szybciej opanować te same umiejętności w zakresie algorytmów działań pisemnych.

Intuicyjne i stopniowe wprowadzanie pojęć geometrycznych

W wielu dotychczasowych programach nauczania na pierwszych lekcjach geometrii uczniowie spotykali się z najbardziej abstrakcyjnymi problemami tej gałęzi matematyki. Mieli odróżniać prostą od półprostej i odcinka, choć na rysunku faktycznie zawsze widzimy tylko odcinek, rozważać problemy związane z nieskończonością i nieograniczonością figur.

W naszym programie ograniczamy te abstrakcyjne rozważania tylko do minimum koniecznego do właściwego rozumienia podstawowych pojęć. Ponadto **unikamy nagromadzenia pojęć na pierwszych lekcjach w klasie 4**, przesuwając pojęcie półprostej i kąta (jako nieograniczonej figury na płaszczyźnie) do klasy 5. W klasie 4 uczniowie spotykają się tylko z kątami wielokątów, co stanowi naturalne przygotowanie do ogólnego pojęcia kąta, odzwierciedlające zresztą w pewnym stopniu historyczny rozwój tego pojęcia. Jeszcze ważniejsze jest stopniowanie trudności w geometrii przestrzennej, należy ona bowiem do działów sprawiających uczniom największe trudności.

Jako przykład rozważmy pojęcie objętości. W niektórych programach nauczania uczniowie poznają to pojęcie i od razu obliczają objętość prostopadłościanu. Niestety, często efekt jest taki, że ogólne pojęcie objętości nie zostaje zrozumiane przez wielu uczniów, a objętość kojarzy się wyłącznie ze wzorami algebraicznymi.

Uczeń umie – dopóki tego nie zapomni – obliczać objętość, ale nie wie, co właściwie oblicza. Postanowiliśmy podejść do tej kwestii inaczej. W klasie 4 uczeń tylko zapoznaje się z pojęciem objętości, czemu sprzyjają ćwiczenia czynnościowe: układanie klocków, klejenie jednostkowych sześcianów z plasteliny itp. Dopiero w klasie 5 uczy się obliczać objętość prostopadłościanu, a w klasie 6 – graniastosłupa. W większości programów nauczania bryły omawia się po kolei: najpierw prostopadłościany, następnie graniastosłupy i ewentualnie ostrosłupy. Zgodnie z takim układem nawet skomplikowane pojęcia i umiejętności, np. obliczanie pola powierzchni, pojawiają się dość wcześnie – wtedy, gdy pojawia się prostopadłościan.

Przyjęliśmy inny układ. **Najpierw (w klasie 4) uczymy rozpoznawać bryły i ich elementy. Zapoznajemy także ucznia wstępnie z pojęciem objętości (bez jej obliczania). Następnie (w klasie 5) wprowadzamy obliczanie objętości prostopadłościanów oraz budowanie modeli brył i obserwowanie ich siatek, a najtrudniejszą umiejętnością – obliczanie pola powierzchni – pozostawiamy do klasy 6 (gdy uczeń dobrze opanował obliczanie pól figur płaskich).**

Z kolei **tematy dotyczące kątów (w znacznej części stanowiące powtórzenie) i przystawiania trójkątów przewidziane w Podstawie programowej do realizacji w klasach 7–8 umieściliśmy w klasie 8.** Pozwala to wszystkim uczniom na powtórzenie wiadomości przed egzaminem, zapobiega powtarzaniu rok po roku, a przy tym umożliwia pokazanie tych zagadnień w nowym kontekście i wprowadzenie elementów rozumowania matematycznego na przykładzie dobrze znanych zagadnień.

Działy „Matematyka i my” oraz „Matematyka na co dzień”

W klasach 5 i 6 wprowadzamy działy „Matematyka i my”, a w klasie 6 dodatkowo dział „Matematyka na co dzień”. Pojawia się w nich niewiele nowych pojęć i umiejętności czysto matematycznych. Stanowią one jednak okazję do innego spojrzenia na opanowane umiejętności i do ćwiczenia tych umiejętności w sytuacjach związanych z życiem codziennym.

Takie rozwiązanie sprzyja zarówno ćwiczeniu i lepszemu zrozumieniu umiejętności matematycznych, jak i nabywaniu umiejętności stosowania wiedzy do rozwiązywania problemów praktycznych.

Układ materiału

Poniższa propozycja rozkładu materiału wypełnia średnio 120 godzin lekcyjnych w roku szkolnym przy założeniu 4 godzin lekcyjnych tygodniowo w każdej klasie.

Klasa 4 (126 h)

1. Liczby naturalne – część 1 (23 h)

Liczby naturalne na osi liczbowej.

Porównywanie liczb (znaki $<$, $>$, $=$). Porównywanie różnicowe i ilorazowe.

Zapisywanie liczb w systemie dziesiętkowym.

Cztery działania arytmetyczne w zakresie liczb naturalnych bez wykorzystania algorytmów działań pisemnych.

Ćwiczenia sprawności rachunkowej. Zastosowanie praw działań do ułatwiania obliczeń.

Dzielenie z resztą. Podzielność liczb.

Metody rozwiązywania zadań tekstowych.

2. Liczby naturalne – część 2 (19 h)

Obliczenia związane z miarami czasu (godziny i minuty, kalendarz).

Proste cyfry rzymskie (liczby złożone ze znaków I, V, X).

Kwadraty i sześciany liczb naturalnych.

Cechy podzielności.

Kolejność wykonywania działań.

Szacowanie wyników działań.

3. Działania pisemne (17 h)

Algorytmy pisemnego dodawania, odejmowania i mnożenia liczb naturalnych.

Dzielenie pisemne (nadobowiązkowo).

Szacowanie wyników działań.

4. Figury geometryczne – część 1 (21 h)

Proste, odcinki i punkty. Prostokąt i równoległość.

Mierzenie długości. Posługiwanie się przyrządami i szacowanie długości.

Zamiana jednostek długości w zakresie liczb naturalnych i wyrażeń dwumianowanych.

Ćwiczenia w sporządzaniu rysunków odręcznie i za pomocą przyrządów.

Rozpoznawanie figur geometrycznych w otoczeniu.

Prostokąty i kwadraty, wielokąty. Bok, wierzchołek wielokąta. Kąt w wielokącie.

Obwód figury i jego wyznaczenie.

Odbicia lustrzane (oś symetrii figury).

Koła i okręgi. Pojęcia: środek, promień, średnica, łuk.

Skala i plan. Czytanie map.

5. Ułamki zwykłe (16 h)

Ułamek jako część całości i jako iloraz.

Porównywanie ułamków o jednakowych mianownikach i ułamków o jednakowych licznikach.
Skracanie i rozszerzanie ułamków.
Liczby mieszane i ułamki niewłaściwe.
Ułamki na osi liczbowej.
Zamiana liczby mieszanej na ułamek zwykły i odwrotnie.
Dodawanie i odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach.
Mnożenie ułamka zwykłego przez liczbę naturalną.

6. Ułamki dziesiętne (14 h)

Zapisywanie i odczytywanie ułamków dziesiętnych, zamiana ich na ułamki zwykłe.
Zamiana ułamka zwykłego na dziesiętny tylko przez rozszerzanie.
Wyrażenia dwumianowane i ich postać dziesiętna.
Porównywanie ułamków dziesiętnych.
Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych oraz mnożenie i dzielenie ich przez 10, 100, 1000...

7. Figury geometryczne – część 2 (16 h)

Pole figury. Jednostki pola. Pole prostokąta jako liczba kwadratów jednostkowych.
Wstępne wiadomości z geometrii przestrzennej.
Prostopadłościan i sześcian, ich elementy, ich rysunki.
Graniastosłup i ostrosłup, walec, stożek i kula – rozpoznawanie brył w otoczeniu.
Zapoznanie z pojęciem objętości i pojemności w sytuacjach praktycznych.

Klasa 5 (112 h)

1. Liczby naturalne (24 h)

Ćwiczenia w rachunkach pamięciowych i przybliżonych. Kolejność wykonywania działań.
Porównywanie różnicowe i ilorazowe.
Rozszerzenie pojęcia potęgi na dowolny naturalny wykładnik.
Cyfry rzymskie (zakres do MMMCMXCIX).
Podzielność liczb (powtórzenie oraz wprowadzenie cechy podzielności przez 4).
Liczby pierwsze i złożone.
Dodawanie, odejmowanie i mnożenie pisemne (powtórzenie).
Dzielenie pisemne.

2. Figury geometryczne (21 h)

Proste i półproste. Kąt, rodzaje kątów. Porównywanie kątów. Mierzenie kątów.
Kąty wierzchołkowe i kąty przyległe.
Suma kątów trójkąta. Nierówność trójkąta. Klasyfikacja trójkątów. Wysokość trójkąta.
Czworokąty: równoległoboki, romby, trapezy.

3. Ułamki zwykłe (17 h)

Powtórzenie wiadomości z klasy 4. Ułamek jako część całości i jako iloraz.
Dodawanie i odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach.
Ułamki na osi liczbowej.
Zamiana liczby mieszanej na ułamek zwykły i odwrotnie.
Dodawanie i odejmowanie ułamków o różnych mianownikach.
Obliczanie ułamka danej liczby. Mnożenie i dzielenie ułamka przez liczbę naturalną oraz ułamka przez ułamek.
Wykonywanie działań na ułamkach.

4. Ułamki dziesiętne (13 h)

Ułamki dziesiętne, zamiana ułamków dziesiętnych na zwykłe i zwykłych na dziesiętne, także za pomocą dzielenia, ale tylko w wypadku skończonego rozwinięcia.
Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych (powtórzenie).
Mnożenie i dzielenie ułamków dziesiętnych.
Wykorzystanie działań na ułamkach dziesiętnych do zamiany jednostek długości i masy.

5. Pola figur (12 h)

Przypomnienie pojęcia pola i jego jednostek.
Pole prostokąta, równoległoboku, trójkąta, rombu, trapezu.

6. Matematyka i my (15 h)

Obliczenia w zakresie liczb naturalnych i ułamków dotyczące czasu, miar, wag i pieniędzy.
Średnia arytmetyczna.
Pojęcie liczby ujemnej. Liczby całkowite na osi.
Porównywanie i porównywanie różnicowe liczb całkowitych.
Dodawanie liczb całkowitych.

7. Figury przestrzenne (10 h)

Objętość i pojemność oraz ich jednostki. Objętość prostopadłościanu.
Siatki prostopadłościanu.
Siatki graniastosłupów.

Klasa 6 (120 h)

1. Liczby całkowite (15 h)

Cztery działania arytmetyczne na liczbach całkowitych.
Własności działań na liczbach całkowitych.

2. Działania na liczbach – część 1 (19 h)

Ćwiczenie sprawności rachunkowych. Wykorzystanie kalkulatora.
Zaokrąglanie liczb naturalnych.
NWD i NWW.
Dodawanie i odejmowanie. Powtórzenie wiadomości i dalsze ćwiczenie umiejętności z klasy 4 i 5.
Liczby wymierne (wprowadzenie ujemnych ułamków).
Dodawanie i odejmowanie liczb wymiernych.

3. Działania na liczbach – część 2 (19 h)

Mnożenie i dzielenie. Powtórzenie wiadomości i dalsze ćwiczenie umiejętności z klasy 4 i 5.
Mnożenie i dzielenie liczb wymiernych.
Ułamek liczby. Obliczanie ułamka liczby, obliczanie liczby na podstawie jej ułamka i obliczanie, jakim ułamkiem jednej liczby jest druga.
Zaokrąglanie ułamków dziesiętnych. Ułamki okresowe.

4. Figury na płaszczyźnie (19 h)

Powtórzenie wiadomości o własnościach figur płaskich.
Odległość punktu od prostej.
Konstruowanie trójkątów. Nierówność trójkąta.
Powtórzenie wiadomości o polach figur.
Figury na kartce w kratkę: odcinki równoległe i prostopadłe, pola figur.

5. Równania (14 h)

Wyrażenia algebraiczne.
Rozwiązywanie prostych równań.
Zastosowanie prostych równań do rozwiązywania zadań tekstowych.

6. Bryły (13 h)

Powtórzenie wiadomości o figurach przestrzennych.
Jednostki objętości i pojemności.
Objętość graniastosłupa.
Użycie jednostek objętości i pojemności w sytuacjach praktycznych.
Siatki graniastosłupów (powtórzenie) i ostrosłupów.
Pole powierzchni graniastosłupów i ostrosłupów.

7. Matematyka i my (17 h)

Obliczenia dotyczące czasu, miar i wag, pieniędzy oraz prędkości, czasu i drogi.
Gromadzenie, porządkowanie i graficzne przedstawianie danych.
Czytanie i sporządzanie różnych rodzajów tekstów (także tabele, diagramy, wykresy).
Graficzne przedstawianie danych.
Pojęcie procentu: proste przykłady w kontekście praktycznym.
Korzystanie ze wzorów w sytuacjach praktycznych.

Skala. Czytanie map i planów.

8. Matematyka na co dzień (4 h)

Obliczenia w sytuacjach praktycznych.

Klasa 7 (115 h)

1. Proporcjonalność i procenty (18 h)

Wielkości proporcjonalne. Podział proporcjonalny.

Ułamek liczby (powtórzenie).

Obliczanie procentu danej liczby, obliczanie liczby na podstawie jej procentu i obliczanie, jakim procentem jednej liczby jest druga.

Podwyżki i obniżki wyrażone w procentach.

Zadania z wykorzystaniem procentów w sytuacjach praktycznych.

2. Potęgi (16 h)

Potęga o wykładniku naturalnym.

Własności potęgowania: iloczyn i iloraz potęg, potęga iloczynu i ilorazu, potęga potęgi.

Działania na potęgach.

Notacja wykładnicza.

3. Pierwiastki (17 h)

Pierwiastek kwadratowy i sześcienny.

Szacowanie pierwiastków.

Iloczyn i iloraz pierwiastków.

Działania na potęgach i pierwiastkach.

4. Wyrażenia algebraiczne (16 h)

Zapisywanie wyrażeń algebraicznych.

Obliczanie wartości wyrażeń.

Sumy algebraiczne.

Porządkowanie wyrazów w sumach algebraicznych, redukcja wyrazów podobnych.

Mnożenie sumy przez wyrażenie.

Zastosowanie wyrażeń algebraicznych do zadań na temat procentów.

5. Równania (19 h)

Pojęcie równania i jego rozwiązanie.

Rozwiązywanie równań liniowych.

Rozwiązywanie zadań tekstowych z wykorzystaniem równań.

Przekształcanie wzorów.

6. Trójkąty prostokątne (18 h)

Twierdzenie Pitagorasa i jego zastosowanie do rozwiązywania zadań geometrycznych.

Trójkąt prostokątny równoramienny i trójkąt o kątach 30° , 60° , 90° . Rozwiązywanie zadań geometrycznych z wykorzystaniem własności tych trójkątów.

7. Układ współrzędnych (11 h)

Figury na kartce w kratkę: odcinki równoległe i prostopadłe.

Układ współrzędnych. Zaznaczanie punktów i odczytywanie ich współrzędnych.

Długości odcinków w układzie współrzędnych.

Odcinki prostopadłe i równoległe w układzie współrzędnych. Środek odcinka. Punkty o współrzędnych całkowitych na danej prostej.

Pola i obwody figur w układzie współrzędnych.

Klasa 8 (120 h)

1. Statystyka i prawdopodobieństwo (13 h)

Zbieranie i porządkowanie danych.

Diagramy słupkowe i kołowe, wykresy liniowe.
Zliczanie obiektów.
Proste doświadczenia losowe.
Obliczanie prawdopodobieństwa zdarzenia losowego.

2. Wyrażenia algebraiczne i równania (13 h)

Liczby na osi liczbowej.
Wyrażenia algebraiczne.
Mnożenie sum algebraicznych.
Równania.

3. Figury na płaszczyźnie (13 h)

Własności kątów.
Kąty – zadania.
Twierdzenie matematyczne i jego dowód.
Zastosowanie własności kątów.
Nierówność trójkąta.
Zastosowania nierówności trójkąta.

4. Wielokąty (12 h)

Figury przystające.
Cechy przystawiania trójkątów.
Zastosowania cech przystawiania trójkątów.
Kąty i boki czworokątów.
Wielokąty foremne.
Dowodzenie twierdzeń geometrycznych.

5. Geometria przestrzenna (23 h)

Gnaniastosłupy. Długości odcinków w gnaniastosłupach.
Objętość gnaniastosłupa.
Pole powierzchni gnaniastosłupa.
Ostrosłupy. Długości odcinków w ostrosłupach.
Objętość ostrosłupa.
Pole powierzchni ostrosłupa.
Gnaniastosłupy i ostrosłupy – zadania.
Bryły - zadania

6. POWTÓRZENIE WIADOMOŚCI ZE SZKOŁY PODSTAWOWEJ (19 h)

Działania na liczbach wymiernych.
Wyrażenia algebraiczne i równania.
Procenty.
Potęgi i pierwiastki.
Figury geometryczne.
Statystyka i prawdopodobieństwo.

Działy, których treści nie obowiązują na egzaminie ósmoklasisty – zgodnie z podstawą programową:

7. Koła i okręgi. Symetrie (14 h)

Długość okręgu.
Pole koła.
Symetria osiowa.
Symetria środkowa.
Symetralna odcinka i dwusieczna kąta.

8. Kombinatoryka i prawdopodobieństwo (13 h)

Reguły zliczania obiektów.
Monety i kostki.
Obliczanie prawdopodobieństwa zdarzeń.

6. Opis założonych osiągnięć ucznia

Ogólny opis osiągnięć

Opis ogólnych planowanych osiągnięć ucznia podajemy z podziałem na poszczególne poziomy. Ułatwi to nauczycielom określenie szczegółowych wymagań na poszczególne oceny, zgodnie z realiami danej szkoły i przyjętym systemem oceniania. Na każdym poziomie obowiązują także wszystkie wymagania z poziomów niższych.

Na poziomie **koniecznym** uczeń:

- wykonuje (zwykle poprawnie) działania arytmetyczne niezłożone rachunkowo (zwłaszcza przy nowo poznanych metodach obliczeń wymagamy tylko najprostszyc przykładów),
- rozwiązuje najprostsze zadania tekstowe, łatwe zarówno pod względem złożoności tekstu, jak i złożoności obliczeń,
- rozumie najważniejsze pojęcia matematyczne, konieczne do formułowania i rozwiązywania prostych zadań,
- wykonuje rysunki prostych figur geometrycznych, dokonuje pomiarów długości,
- rozwiązuje najprostsze zadania geometryczne.

Na poziomie **podstawowym** uczeń:

- wykonuje (na ogół poprawnie) działania arytmetyczne niezbyt złożone rachunkowo,
- rozwiązuje proste zadania tekstowe,
- rozumie pojęcia matematyczne, stosuje je w prostych przypadkach,
- wykonuje rysunki figur geometrycznych; posługuje się cyrklem, linijką, ekierką i kątomierzem,
- wykonuje i czyta rysunki przestrzenne, odpowiada na ich podstawie na proste pytania,
- rozwiązuje proste zadania geometryczne.

Na poziomie **rozszerzonym** uczeń:

- sprawnie wykonuje działania arytmetyczne, także bardziej złożone rachunkowo, rzadko popełniając pomyłki,
- rozwiązuje typowe zadania tekstowe,
- rozumie i stosuje pojęcia matematyczne,
- wykonuje rysunek potrzebny do rozwiązania zadania geometrycznego, także bardziej złożonego, i na jego podstawie rozwiązuje zadanie.

Na poziomie **dopełniającym** uczeń:

- sprawnie i niemal bezbłędnie wykonuje działania arytmetyczne, także nowo poznane, bardzo rzadko popełniając pomyłki,
- rozwiązuje również trudniejsze zadania tekstowe, wyszukując dane w złożonym tekście,
- rozumie pojęcia matematyczne, stosuje je też w nietypowych sytuacjach,
- rysuje figury geometryczne o zadanych własnościach,
- odpowiada na pytania dotyczące figur przestrzennych na podstawie rysunków lub siatek,
- w niektórych wypadkach samodzielnie znajduje metodę rozwiązania zadania,
- rozwiązuje trudniejsze zadania geometryczne.

Poziom **wykraczający** obejmuje rozwiązywanie nietypowych, trudnych zadań, wymagających oryginalnego podejścia i rozumowania. Nie zachęcamy natomiast, aby od zdolniejszych uczniów wymagać wiadomości i umiejętności z wyższych klas. W przypadku takich uczniów najważniejsza jest nauka logicznego i twórczego myślenia, a to ćwiczyć można na elementarnym materiale.

Opis założonych osiągnięć ucznia – klasy 4–8

Oznaczenia stosowane w poniższej tabeli:

W kolumnie „Punkt podstawy programowej” numery rzymskie (np. I.2) oznaczają odniesienie do treści podstawy programowej dla klas 4–6, natomiast numery rzymskie z literą f (np. If.1) – do treści tej podstawy dla klas 7–8, czyli etapu formalnego. Symbolem WO oznaczono wymagania ogólne podstawy.

W kolumnie „Klasa” znak „+” oznacza, że dane osiągnięcie jest przypisane do danej klasy i pojawia się w niej po raz pierwszy (w szczególności wymagane jest na końcu danego roku szkolnego). Osiągnięcia z niższych klas są dalej ćwiczone i obowiązują także w klasach wyższych.

Literą *n* oznaczono treści, które nie są zapisane w podstawie programowej dla danego etapu kształcenia (klasy 4–6 lub 7–8).

Dział programu nauczania	Osiągnięcia Uczeń:	Punkt podstawy programowej	Klasa				
			4	5	6	7	8
Liczby naturalne – obliczenia pamięciowe	zaznacza liczby naturalne na osi liczbowej: – gdy podziałka odpowiada różnicy o 1, – w innych wypadkach	I.2	+				
	wyjaśnia znaczenie poszczególnych cyfr w zapisie pozycyjnym liczby naturalnej	I.1	+				
	zapisuje i odczytuje liczby wielocyfrowe	I.1	+				
	dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli niewielkie liczby w pamięci, wykorzystując prawa przemienności i łączności	II.1, II.3, II.5	+				
	mnoży w pamięci liczbę dwucyfrową przez jednocyfrową, korzystając z rozdzielności mnożenia względem dodawania	II.5	+				
	porównuje liczby, stosuje znaki <, >, =	I.3	+				
	zaokrągla liczby naturalne	I.4			+		
	porównuje liczby naturalne z wykorzystaniem ich różnicy lub ilorazu	II.6	+				
	dzieli z resztą liczby naturalne	II.4	+				
	oblicza potęgi liczb naturalnych: – drugą i trzecią, – o dowolnym naturalnym wykładniku	II.10	+		<i>n</i>		+
	wykonuje obliczenia, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań	II.11	+				
	szacuje wyniki działań	II.12	+				
Cyfry rzymskie	stosuje rzymski zapis liczb: – w zakresie I – XXXIX, – w zakresie XL – MMMCMXCIX	I.5	+		+		
Własności liczb naturalnych	wyjaśnia pojęcie podzielności liczb	II.7	+				
	stosuje cechy podzielności liczb: – przez 2, 5, 10, – przez 3, 9, – przez 100, – przez 4	II.7	+				
	rozpoznaje wielokrotności i dzielniki, liczby pierwsze i złożone	II.8, II.14			+		
	rozkłada liczby na czynniki pierwsze	II.9, II.16			+		
	znajduje NWD i NWW danych liczb	II.13			+		
	zapisuje dzielenie z resztą w postaci $a = q \cdot b + r$	II.17	+				
	określa liczebność różnych zbiorów liczbowych	II.15	+				
Ułamki zwykłe	wyjaśnia pojęcie ułamka zwykłego jako części całości i jako ilorazu	IV.1, IV.2	+				
	odczytuje i zaznacza na osi liczbowej: – ułamki właściwe o niewielkim liczniku i mianowniku, – także liczby mieszane	IV.7	+				
	zamienia ułamki niewłaściwe na liczby mieszane i odwrotnie	IV.5	+				
	sprowadza ułamki do wspólnego mianownika	IV.4			+		
	porównuje ułamki zwykłe: – o jednakowych mianownikach, – o jednakowych licznikach, – dowolne	IV.12	+				
			+		+		

	skraca i rozszerza ułamki	IV.3	+				
	dodaje i odejmuje ułamki zwykłe i liczby mieszane: – o jednakowych mianownikach, – dowolne	V.1	+	+			
	także przy porównywaniu różnicowym	V.4					
	mnoży ułamek przez liczbę naturalną	V.1	+				
	oblicza ułamek liczby	V.5		+			
	powiększa lub zmniejsza liczbę o jej dany ułamek	IV.14			+		
	oblicza liczbę z danego jej ułamka	IV.13			+		
	ustala, jakim ułamkiem jednej liczby jest druga liczba	IV.1	+				
	mnoży i dzieli ułamki i liczby mieszane	V.1		+			
	oblicza kwadraty i sześciiany ułamków zwykłych i liczb mieszanych	V.6			+		
Ułamki dziesiętne	odczytuje i zapisuje ułamki dziesiętne	IV.9	+				
	zaznacza ułamki dziesiętne na osi liczbowej	IV.7	+				
	zamienia ułamek dziesiętny na zwykły	IV.8	+				
	zamienia wyrażenie dwumianowane na ułamek dziesiętny i odwrotnie	IV.6	+				
	zamienia ułamek zwykły na dziesiętny: – przez rozszerzanie ułamka, – dzieląc licznik przez mianownik, – także w wypadku rozwinięć nieskończonych	IV.9, IV.10	+			+	+
	porównuje ułamki dziesiętne	IV.12	+				
	dodaje i odejmuje ułamki dziesiętne	V.2	+				
	mnoży i dzieli ułamki dziesiętne przez potęgę liczby 10	V.2	+				
	mnoży ułamki dziesiętne	V.2		+			
	oblicza kwadraty i sześciiany ułamków dziesiętnych	V.6				+	
	dzieli ułamki dziesiętne	V.2		+			
	zaokrągla ułamki dziesiętne	IV.11				+	
	wykonuje proste rachunki, w których występują jednocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne	V.3			+		
	wykonuje obliczenia, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań	V.7, V.8				+	
Liczby całkowite	stosuje pojęcie liczby ujemnej np. do określania temperatury	III.1			+		
	odczytuje liczby całkowite zaznaczone na osi liczbowej	III.2			+		
	zaznacza na osi liczbowej podane liczby całkowite	III.2			+		
	oblicza wartość bezwzględną	III.3				+	
	porównuje różnicowo liczby całkowite	III.4			+		
	dodaje liczby całkowite	III.5			+		
	odejmuje liczby całkowite	III.5				+	
	mnoży i dzieli liczby całkowite	III.5				+	
rozwiązuje proste zadania tekstowe z wykorzystaniem liczb ujemnych	III.1, III.5			+			
Liczby wymierne	zaznacza liczby wymierne na osi liczbowej	IV.7				+	
	wykonuje cztery działania arytmetyczne na liczbach wymiernych, stosuje reguły kolejności wykonywania działań	V.9				+	
	oblicza potęgę liczb wymiernych o wykładniku: – równym 2 i 3, – dowolnym naturalnym	V.6, If.1				+	+
	korzysta z własności potęgowania (potęga iloczynu i ilorazu, iloczyn i iloraz potęg, potęga potęgi)	If.2, If.3, If.4					+
	oblicza pierwiastki kwadratowe z liczb nieujemnych i pierwiastki sześcienne z liczb wymiernych w sytuacjach, gdy wynik jest liczbą wymierną	IIf.1					+
	szacuje wartości pierwiastków z góry i z dołu za pomocą liczb całkowitych	IIf.2, IIf.3					+
	szacuje wartości wyrażeń zawierających pierwiastki	IIf.3					+
	posługuje się własnościami pierwiastkowania (pierwiastek z ilorazu i iloczynu, iloczyn i iloraz pierwiastków)	IIf.4, IIf.5					+
	wyłącza liczbę przed znak pierwiastka i włącza liczbę pod pierwiastek	IIf.4					+
Algorytmy działań pisemnych	dodaje, odejmuje i mnoży pisemnie liczby naturalne: – w prostych działaniach, – także w trudniejszych działaniach	II.2, II.3	+	+			

	dzieli pisemnie liczby naturalne	II.3		+			
	dodaje pisemnie ułamki dziesiętne	V.2	+				
	odejmuje pisemnie ułamki dziesiętne	V.2	+	+			
	mnoży i dzieli pisemnie ułamki dziesiętne	V.2		+	+		
Procenty	posługuje się pojęciem procentu: - w najprostszyc wypadkach, - w przypadku ogólnym	XII.2			+		+
	wyraża procent wielkości jako ułamek tej wielkości: - w najprostszyc wypadkach, - w przypadku ogólnym	XII.1, XII.2, Vf.1			+		+
	oblicza dany procent danej liczby: - w najprostszyc wypadkach, - w przypadku ogólnym	XII.1 Vf.2			+		+
	oblicza, jaki procent jednej wielkości stanowi druga: - w najprostszyc wypadkach, - w przypadku ogólnym	XII.1, Vf.3			+		+
	znajduje liczbę na podstawie jej danego procentu: - w najprostszyc wypadkach, - w przypadku ogólnym	Vf.4					+
							+
	oblicza wynik zwiększania i obniżania (także wielokrotnego) danej liczby o dany procent	Vf.5					+
	wykorzystuje wyrażenia algebraiczne do rozwiązywania zadań z procentami	Vf.5					+
	wykorzystuje równania do rozwiązywania zadań z procentami	Vf.5					+
Proporcje	rozpoznaje wielkości wprost proporcjonalne	VIII.f.1					+
	stosuje proporcjonalność do rozwiązywania zadań	VIII.f.2					+
	dzieli wielkości w danej proporcji	VIII.f.3					+
Geometria – figury i ich własności	stosuje pojęcia: - punkt, odcinek, prosta, półprosta, - odległość punktu od prostej, - kąt na płaszczyźnie, - prostopadły, równoległy, - prostokąt, kwadrat, bok, wierzchołek, - równoległobok, romb, trapez, - przekątna, - trójkąt, czworokąt, pięciokąt itd., - wielokąt (pojęcie ogólne), - wielokąt foremny	VII.1, VII.2, VII.5, IX.4, IX.f.1	+	+		+	
			+				
			+				
			+				
			+				
			+				
			+				
			+				
	stosuje pojęcia: - okrąg i koło, - środek, promień, średnica koła i okręgu, łuk, - cięciwa, - trójkąt ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny, - trójkąt równoboczny, równoramienny, różnoboczny	IX.1, IX.6, IX.7	+	+		+	
			+				
wykonuje rysunki odręcznie i za pomocą przyrządów (ekierki, linijki, cyrkla): - proste (np. proste równoległe i prostopadłe, okrąg, prosta równoległa do danej), - bardziej złożone (np. odcinek równoległy do danego i rozłączny z nim o danym końcu)	VII.3, IX.7, VIII.f.2	+			+		
porównuje kąty	VIII.5			+			
mierzy kąty wypukłe za pomocą kątomierza i rysuje kąty wypukłe o danej mierze	VIII.1, VIII.2, VIII.3			+			
wykonuje konstrukcje trójkątów o danych trzech bokach	IX.2				+		
stosuje pojęcie kąta: - w wielokącie, - na płaszczyźnie, - prostego, - ostrego, rozwartego, - półpełnego, - wklęsłego	VIII.1, VIII.4, VIII.5	+	+		+		
		+			+		
stosuje pojęcie kątów przyległych i wierzchołkowych oraz korzysta z ich własności	VIII.6			+			

	formuluje i stosuje twierdzenie o sumie kątów trójkąta i własności trójkątów równoramiennych: – do rozwiązywania zadań, – do tworzenia prostych dowodów	IX.3, IX.8, VIII.f.5 VIII.f.7		+				+
	formuluje i stosuje nierówność trójkąta	IX.2		+				
	formuluje i stosuje własności poszczególnych typów czworokątów (kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu)	IX.5		+				
	rozróżnia figury przestrzenne: – prostopadłościan, sześcián, – graniastosłup, ostrosłup, – graniastosłup i ostrosłup prosty, prawidłowy, – walec, stożek, kula	X.1, X.2, XI.f.1	+	+				+
	rozpoznaje figury przestrzenne w modelach, na rysunkach i w swoim otoczeniu: – w typowym kształcie i położeniu, – w nietypowym kształcie (np. bardzo duży stosunek krawędzi) lub położeniu (np. leżący na ścianie bocznej)	X.1, X.2		+				
	wykonuje płaskie rysunki brył	XIV.2	+	+				
	stosuje pojęcia: wierzchołek, krawędź, ściana			n				
	rozwiązuje zadania na temat krawędzi brył	X.5		+				
	rozpoznaje i rysuje siatki: – sześciánu, – prostopadłościanu, – innych graniastosłupów, – ostrosłupów	X.3, X.4			+		+	
Geometria – miary	posługuje się jednostkami długości i masy	XII.6, XII.7	+					
	mierzy długości za pomocą odpowiednich przyrządów	VII.4	+					
	szacuje długości			n				
	zamienia jednostki długości: – w zakresie liczb naturalnych i wyrażeń dwumianowanych, – w zakresie ułamków dziesiętnych	XII.6	+			+		
	oblicza miary kątów, korzystając ze znanych własności kątów i wielokątów	XI.7			+			
	wykonuje obliczenia związane ze skalą	XII.8	+					
	oblicza obwody figur	XI.1	+					
	oblicza długość okręgu i promień/średnicę okręgu o danej długości okręgu	XIV.f.1, XIV.f.2						+
	stosuje pojęcie pola figury	XI.2	+					
	oblicza pole i oblicza wymiary figury na podstawie jej pola: – kwadratu, prostokąta, – trójkąta, – rombu, równoległoboku, trapezu, – koła, – pierścienia kołowego	XI.2, XI.3, IX.f.2, XIV.f.3, XIV.f.4, XIV.f.5	+			+		+
	zamienia jednostki pola z wykorzystaniem zamiany jednostek długości	XI.2, XI.3			+			
	oblicza pola figur, dzieląc figury lub uzupełniając je do wielokątów	XI.4			+			
	stosuje twierdzenie Pitagorasa do rozwiązywania zadań geometrycznych, także dotyczących pól i obwodów	VIII.f.8, IX.f.2						+
	stosuje własności trójkąta prostokątnego równoramiennego i trójkąta będącego połową trójkąta równobocznego do rozwiązywania zadań geometrycznych	VIII.f.8						+
	stosuje pojęcie objętości w sytuacjach praktycznych	XI.5	+					
	oblicza objętość prostopadłościanu	XI.5, XI.6			+			
	oblicza objętość graniastosłupa: – o danych wymiarach, – w bardziej złożonych zadaniach	XI.f.2					+	+
oblicza objętość ostrosłupa: – o danych wymiarach, – w bardziej złożonych zadaniach	XI.f.3						+	
stosuje jednostki objętości i pojemności w sytuacjach z życia codziennego	XI.6			+				

	zamienia jednostki objętości i pojemności z wykorzystaniem zamiany jednostek długości	XI.6			+		
	oblicza pole powierzchni: – prostopadłościanów, – graniastosłupów, – ostrosłupów	XI.5, XI.f.3			+		+
Symetrie	rozpoznaje i rysuje przykłady symetrii osiowej	IX.5	+				
	opisuje osie symetrii poszczególnych rodzajów trójkątów i czworokątów	IX.5		+			
	rozpoznaje figury osiowosymetryczne i wskazuje osie symetrii, uzupełnia figurę do osiowosymetrycznej	IX.5 XVf.3	+				+
	rozpoznaje figury środkowosymetryczne i wskazuje środek symetrii	XVf.4					+
	rozpoznaje symetralną odcinka i dwusieczną kąta, stosuje w zadaniach ich własności	XVf.1 XVf.2					+
Geometria – bardziej zaawansowane własności i rozumowania	odróżnia twierdzenie matematyczne od hipotezy i wyjaśnia na czym polega jego dowód	VIII.f.9					+
	korzysta z wyrażeń algebraicznych do zapisywania zależności między miarami kątów (m.in. w przypadku kątów wierzchołkowych, naprzemianległych i odpowiadających przy prostych równoległych, kątów w trójkącie)	VIII.f.9					+
	stosuje zależności między miarami kątów do budowania prostych dowodów i rozwiązywania zadań	VIII.f.1, VIII.f.3					+
	stosuje cechy przystawiania trójkątów: – do sprawdzania, czy dane trójkąty są przystające, – w zadaniach, w których z uzasadnionego przez siebie przystawiania trójkątów wyprowadzamy dalsze wnioski	VIII.f.4					+
	stosuje nierówność trójkąta i wie, kiedy zachodzi równość	VIII.f.6					+
Układ współrzędnych	zaznacza na osi liczbowej przedziały jednostronnie ograniczone	Xf.1					+
	odczytuje współrzędne punktów kratowych na płaszczyźnie	Xf.2				+	
	zaznacza dane punkty kratowe w układzie współrzędnych	Xf.3				+	
	rozwiązuje proste zadania geometryczne w układzie współrzędnych					<i>n</i>	
	oblicza długość odcinka, którego końce są punktami kratowymi w układzie współrzędnych, także korzystając z twierdzenia Pitagorasa	Xf.5				+	
	znajduje w układzie współrzędnych środek odcinka i drugi koniec odcinka o danym końcu i środku	Xf.4				+	
	na prostej przechodzącej przez dane punkty kratowe znajduje inne punkty kratowe	Xf.6				+	
Wyrażenia algebraiczne i równania	korzysta z prostych wzorów, opisuje wzór słowami	VI.1.			+		
	korzysta (w prostych wypadkach) ze wzorów algebraicznych opisujących sytuacje praktyczne	VI.2			+		
	zapisuje w postaci algebraicznej zależności i informacje podane słownie oraz wyniki podanych działań: – w najprostszych przypadkach, – także w bardziej skomplikowanych przypadkach	VI.2, III.f.1, III.f.3, III.f.4				+	+
	oblicza wartości wyrażeń algebraicznych	III.f.2					+
	rozpoznaje i porządkuje jednomiany	IV.f.1					+
	wyodrębnia jednomiany w sumie algebraicznej	IV.f.1					+
	redukuje wyrazy podobne	IV.f.2					+
	mnoży sumę algebraiczną przez jednomian	IV.f.3					+
	mnoży dwumian przez dwumian	IV.f.4					+
	znajduje rozwiązania najprostszych równań, jak $3x = 12$, $x - 5 = 2$ itp.	VI.2				+	
	rozwiązuje równania metodą działań odwrotnych	VI.2				+	
	sprawdza, czy podana liczba jest rozwiązaniem równania	VI.2, VI.f.1				+	+

	rozwiązuje równania: – liniowe (także z redukcją wyrazów podobnych), – skomplikowane liniowe (np. $\frac{3x-1}{2} + \frac{1-x}{3} = 1$), – zawierające wyższe potęgi, ale redukujące się do liniowych	VIf.2, VIf.2, VIf.3					+	+	
	rozwiązuje zadania tekstowe (także dotyczące procentów) za pomocą równań liniowych	VIf.4					+		
	przekształca proste wzory geometryczne i fizyczne	VIf.5					+		
	zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb opisane za pomocą nierówności	Xf.1						+	
Kombinatoryka i prawdopodobieństwo	znajduje liczbę obiektów o danej własności	XIIIf.1						+	
	stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania	XVIf.1, XVIf.2						+	
	oblicza prawdopodobieństwo rzutu monetą i kostką	XIIIf.2, XVIIIf.1						+	
	oblicza prawdopodobieństwo zdarzeń w losowaniu ze zwracaniem i bez zwracania	XVIIIf.1, XVIIIf.2						+	
Zadania tekstowe	czyta treść zadania, porządkuje dane (np. wykonuje rysunek pomocniczy, tabelę)	XIV.1, XIV.2					+		
	analizuje treść zadania, dostrzegając zależności między danymi	XIV.3					+		
	planuje rozwiązanie zadania, dzieląc je na etapy	XIV.4					+		
	rozwiązuje zadanie, stosując umiejętności z różnych dziedzin matematyki	XIV.5					+		
	ocenia sensowność rozwiązania, porównując je z warunkami zadania i wynikiem szacowania	XIV.6					+		
	samodzielnie układa zadania i łamigłówki oraz dodatkowe pytania do zadań tekstowych	XIV.7					+		
Umiejętności praktyczne	gromadzi i porządkuje dane	XIII.1					+		
	czyta różnego rodzaju teksty, rozwiązuje zadania na podstawie danych w nich zawartych, tworzy takie teksty w prostych przypadkach: – treść zadań tekstowych, – tabele, – diagramy, – wykresy, – wykresy w układzie współrzędnych	XIII.2, XIV.1, XIIIIf.1, XIIIIf.2	+					+	+
	wykonuje obliczenia dotyczące miar masy, czasu, pieniędzy	XII.3, XII.4, XII.6, XII.7	+						
	odczytuje temperaturę dodatnią i ujemną	XII.5					+		
	wykonuje obliczenia dotyczące prędkości, stosuje jednostki prędkości km/h, m/s	XII.9					+		
	szacuje wielkości i wyniki działań występujące w prostych zadaniach	XIV.6	+						
	krytycznie ocenia wyniki dokładnych obliczeń, porównując je z wynikiem szacowania	XIV.6	+						
	dostrzega zależności ilościowe i figury geometryczne w swoim otoczeniu	WO III.2	+						
	czyta plany i mapy: – korzystając z podziałki liniowej, skali mianowanej i skali liczbowej	XII.8	+						
	dobiera właściwy model matematyczny do rozwiązania problemu: – w prostych sytuacjach, – w nieco trudniejszych sytuacjach	WO III.2	+						
	oblicza średnią arytmetyczną	XIIIIf.3					+	+	
	stosuje porównania: – różnicowe, – ilorazowe	II.6	+						
	wykonuje obliczenia na kalkulatorze	II.2, II.3, IV.9, IV.10, V.2, V.8					+		
	zapisuje liczby w notacji wykładniczej	If.5						+	
	wykonuje obliczenia w notacji wykładniczej							<i>n</i>	

7. Procedury osiągania szczegółowych celów edukacyjnych

Ćwiczenia aktywizujące uczniów

W celu osiągnięcia dobrych wyników kształcenia i uniknięcia znużenia uczniów warto stosować różnorodne metody i formy pracy. Na lekcjach matematyki w szkole podstawowej głównym zadaniem jest kształcenie rozumienia pojęć oraz ćwiczenie umiejętności, dlatego metody podające nie mają tu wielkiego zastosowania. Koncentrujemy się zatem na metodach aktywizujących uczniów.

W zależności od działu programowego aktywność uczniów może polegać na:

- wykonywaniu rysunków i modeli figur,
- odnajdowaniu przykładów modeli pojęć geometrycznych w otoczeniu ucznia,
- czynnościach manualnych mających na celu utrwalenie zrozumienia pojęć geometrycznych i arytmetycznych,
- uczestniczeniu w grach pozwalających ćwiczyć sprawność rachunkową,
- uczestniczeniu w grach utrwalających wprowadzane pojęcia,
- ćwiczeniach dramowych pozwalających na odniesienie pojęć matematycznych do doświadczeń ucznia,
- wykonywaniu dokładnych i szacunkowych pomiarów obiektów z otoczenia ucznia,
- rozumowaniu opartym na czytaniu różnorodnych źródeł informacji.

Aktywizujące i czynnościowe ćwiczenia wprowadzające do tematu

Proponujemy, aby tego rodzaju ćwiczenia (w grupach, parach lub indywidualnie) rozpoczynały lekcje, zwłaszcza lekcje wprowadzające nowe zagadnienie. Pozwoli to:

- utrwalić wcześniej nabyte umiejętności, potrzebne przy nowym zagadnieniu,
- ćwiczyć sprawność rachunkową,
- wprowadzić uczniów w nowe zagadnienia,
- wykonywać konkretne czynności związane z danym tematem.

Oto przykłady takich ćwiczeń:

- Powtarzanie umiejętności i ćwiczenie sprawności rachunkowej.
Nauczyciel podnosi do góry dwa kartoniki z cyframi tworzącymi liczbę dwucyfrową, np. 54. Każdy uczeń podnosi do góry dwa kartoniki z liczbami od 0 do 9, których iloczyn równy jest 54 (czyli 6 i 9). Nauczyciel łatwo może zorientować się w sprawności rachunkowej uczniów i sprawdzić ich znajomość tabliczki mnożenia.
- Wprowadzanie nowych zagadnień.
Uczeń bierze do ręki 2 banknoty po 100 zł (oczywiście nieprawdziwe), 3 po 10 zł i 5 monet po 1 zł. Z tej sumy ma wydać 217 zł. W tym celu musi w „banku” rozmiąć jedną dziesięciozłotówkę na 10 monet po 1 zł. W toku lekcji zrozumie, że taki sens ma „pożyczanie” przy odejmowaniu pisemnym – jednostkę z wyższego rzędu zamieniamy na 10 jednostek niższego rzędu.
- Wykonanie czynności konkretnych.
Z patyczków i plasteliny uczeń buduje model prostopadłościanu, którego będzie następnie używał podczas lekcji. Abstrakcyjne pojęcia wierzchołków i krawędzi zyskują w ten sposób konkretne modele.

W klasach 7–8 nadal można wykonywać czynności konkretne (np. mierzyć obwód okrągłych przedmiotów przed wprowadzeniem wzoru na długość okręgu). Jednak na tym etapie rozwoju intelektualnego coraz częściej punktem wyjścia do poznania nowych zagadnień może być zagadka, problem z życia codziennego czy sytuacja przedstawiona na ilustracji.

Zadania wielopoziomowe

Przy ćwiczeniu podstawowych umiejętności proponujemy wykorzystywanie zadań pozwalających każdemu uczniowi na pracę we własnym tempie. Zadanie takie składa się z wielu

przykładów podzielonych na różne poziomy trudności. Uczeń rozwiązuje podaną liczbę przykładów z danego poziomu i sprawdza wyniki. Jeżeli rozwiązał te przykłady poprawnie, przechodzi na wyższy poziom. Jeśli się pomylił, szuka błędu, a później rozwiązuje kolejną porcję przykładów z tego samego poziomu. Oto przykład podziału nowej umiejętności na poziomy:

- zapisywanie twierdzenia Pitagorasa przy różnych oznaczeniach boków,
- obliczanie długości przeciwprostokątnej,
- obliczanie długości przyprostokątnej,
- obliczanie długości boku na podstawie rysunku (należy stwierdzić, czy jest to przeciwprostokątna, czy przyprostokątna),
- kilkukrotne skorzystanie z twierdzenia Pitagorasa.

W ten sposób zdolny uczeń nie nuży się rozwiązywaniem zadań dla niego zbyt prostych i szybko dochodzi do najtrudniejszych, natomiast słabszy ma wystarczająco dużo czasu, aby utrwalić kolejne kroki w nowo poznawanym algorytmie. Dzięki temu słabszy uczeń nie staje przed zadaniem przekraczającym jego możliwości. W dodatku długi proces zdobywania nowej umiejętności, który przerażałby słabszego ucznia, rozbity zostaje na kilka kroków stosunkowo łatwych do pokonania. Z kolei gdy rozwiązanie zadań na jednym z poziomów jest zbyt trudne, uczeń może łatwo znaleźć w podręczniku przykład tłumaczący odpowiednie zagadnienie, a jeśli i to nie pomoże – nauczyciel od razu wie, z czym konkretnie dany uczeń ma problem.

Ćwiczenia wykonywane wielokrotnie w ciągu roku (klasy 4–6)

W nauczaniu matematyki na poziomie szkoły podstawowej mamy do czynienia w dużym stopniu z kształceniem umiejętności rachunkowych. Trzeba pamiętać, że do sprawnego wykonywania działań pisemnych, działań na ułamkach zwykłych i dziesiętnych i w ogóle jakichkolwiek bardziej skomplikowanych rachunków niezbędna jest nie tylko umiejętność wykonywania rachunków prostszych, lecz także umiejętność wykonywania ich sprawnie i szybko. Uczeń powinien nie tylko znać tabliczkę mnożenia, lecz także szybko i bezbłędnie przypominać sobie odpowiednie iloczyny, a także rozkładać liczby na iloczyny mniejszych liczb, korzystając z tabliczki mnożenia. Im szybciej potrafi bezbłędnie wykonywać najprostsze rachunki, tym szybciej będzie wykonywał bardziej złożone obliczenia.

Dobłą metodą na osiągnięcie sprawności rachunkowej jest wielokrotne powtarzanie prostych ćwiczeń, jak np. mnożenie zadanej liczby jednocyfrowej przez liczby jednocyfrowe ustawione w losowej kolejności (do losowania mogą służyć kartoniki z liczbami 0–9).

Wykonując takie ćwiczenie wielokrotnie w ciągu roku, uczeń może zapisywać swoje wyniki w tabeli i obserwować, jakie czyni postępy. Dzięki temu ćwiczenie jest atrakcyjne dla każdego ucznia – nawet bardzo dobry może być jeszcze lepszy, a uczeń mający trudności w nauce dostrzega swoje postępy. Obaj widzą wpływ swojej pracy na wyniki. Tej zalety nie mają typowe oceny, np. ze sprawdzianów, które opierają się na porównaniu umiejętności ucznia z rosnącymi wymaganiami, a nie ze stanem poprzednim. Uczeń słaby, choćby bardzo się starał, nie dostaje coraz lepszych ocen, a co najwyżej ciągle takie same. Uczeń zdolny otrzymuje dobre oceny bez żadnego wysiłku i także nie jest zmotywowany do pracy.

Porównywanie aktualnego stanu umiejętności ze stanem poprzednim jest także dużo lepsze dydaktycznie i wychowawczo od rywalizacji pomiędzy uczniami. Rywalizacja bowiem może powodować problemy wychowawcze, ale też na ogół nie zachęca do pracy, gdyż wynik rozgrywki pomiędzy uczniami o zróżnicowanym poziomie jest zazwyczaj do przewidzenia.

Zadania tekstowe

Przy rozwiązywaniu takich zadań należy zwrócić uwagę nie tylko na stronę rachunkową, ale przede wszystkim na czytanie ze zrozumieniem tekstu zadania. Zadania powinny być tak sformułowane, aby nie było możliwe mechaniczne ich rozwiązanie metodą „omawiamy dodawanie, więc trzeba dodać liczby występujące w zadaniu”. Warto przedstawiać część informacji w formie rysunku, diagramu, mapy, wierszyka itp., co pozwala ćwiczyć umiejętność czytania różnych rodzajów tekstu i wyszukiwania w nim potrzebnych informacji.

Przynajmniej niektóre zadania powinny dawać możliwość rozwiązania wieloma sposobami. Dotyczy to zarówno arytmetyki w klasach 4–6, jak i zadań z wykorzystaniem równań w klasach 7–8. Uczeń powinien zrozumieć, że nawet jeśli za niewiadomą przyjął inną wielkość niż kolega albo nauczyciel, to nie znaczy, że jego rozwiązanie jest gorsze.

Zadania tekstowe pozwalają też wzbogacać słownictwo uczniów oraz sięgać do różnych dziedzin wiedzy, np. historii, biologii, geografii. W ten sposób rozszerzamy wiedzę ucznia i jego zainteresowania. W takich zadaniach mogą się pojawiać także pytania związane z tematem zadania, ale wykraczające poza matematykę.

8. Propozycje metod oceny osiągnięć ucznia

Zgodnie z obowiązującymi przepisami każda szkoła ma własny – wewnątrzszkolny – system oceniania, do którego dostosować się musi także nauczyciel matematyki. W tej części programu przedstawiamy propozycje, które można wykorzystać, dostosowując je do przyjętego WSO. Ocenianie jest jedną z ważnych czynności nauczyciela. Trzeba pamiętać, że nie jest ono celem samym w sobie, nie jest również zakończeniem procesu nauczania. Wręcz przeciwnie, powinno służyć ukierunkowaniu dalszej pracy zarówno z całą klasą, jak i z każdym uczniem z osobna.

Uczniowie często traktują ocenę tylko jako rodzaj nagrody lub kary. Takiego podejścia nie można całkowicie wyeliminować. Jeśli jednak nauczyciel będzie przedstawiał ocenę raczej jako diagnozę, również uczniowie stopniowo zrozumieją tę jej rolę.

Ocenie wystawionej w skali 1–6 towarzyszyć powinien komentarz przedstawiający mocne i słabe strony ucznia oraz zalecenia pozwalające ukierunkować jego dalszą pracę. Jest to ważne zwłaszcza w sprawdzianach pisemnych, bo oceniając odpowiedź ustną, nauczyciel może na bieżąco udzielić odpowiednich informacji i wyjaśnić popełnione błędy.

Nawet poprawnie rozwiązane zadania warto opatrzyć komentarzem ukierunkującym dalszą pracę. Trzeba bowiem pamiętać, że naszym celem jest nie tylko opanowanie przez wszystkich uczniów podstawowych umiejętności, lecz także rozwój każdego ucznia na miarę jego możliwości. Oznacza to, że uczniowi zdolnemu należy wskazać drogę do zdobycia umiejętności ponadprogramowych.

Zwracając uwagę na znaczenie oceny dla ukierunkowania pracy ucznia, nie można zapominać, że podobną funkcję spełnia samoocena. Już od czwartej klasy warto wdrażać uczniów do krytycznej refleksji nad własnymi umiejętnościami. Elementem samooceny jest wybór poziomu ćwiczeń odpowiedni do umiejętności oraz analiza popełnianych błędów.

Wart ocen i docenienia przez nauczyciela jest nie tylko osiągnięty stan wiedzy i umiejętności, lecz także ich przyrost. Uczeń, który poczynił duże postępy, powinien czuć się doceniony i nagrodzony, nawet jeśli nie osiągnął jeszcze wielkich sukcesów, gdyż zaczynał od bardzo niskiego poziomu. Warto podkreślać różną rangę ocen. Praca klasowa ma inne znaczenie niż kartkówka lub jedno zadanie z pracy domowej. Nie można jednak zapominać, że ocena powinna motywować ucznia do systematycznej pracy, a więc musi uwzględniać także bieżące ćwiczenia.

W wypadku ćwiczeń w budowaniu modeli i w rysowaniu, ćwiczenia sprawności rachunkowej, szacowania, gier na początek lekcji itp. ocenie powinien podlegać nie tylko sam wynik, ale przede wszystkim aktywność ucznia.

W programie zwracamy wielokrotnie uwagę na zadania pozwalające uczniowi samodzielnie wybrać poziom ćwiczeń odpowiedni do jego możliwości. W takich wypadkach nie można uzależniać oceny od wybranego poziomu. Zniweczyłoby to sens zadania: każdy uczeń próbowałby rozwiązywać przykłady najtrudniejsze, mimo braku prostszych umiejętności. Możemy natomiast oceniać rozwiązanie zadań na wybranym poziomie, aktywność uczniów, a także postęp w stosunku do wcześniejszych umiejętności.